

# Mesure de la qualité des algorithmes de simplification de maillages

Michaël Roy<sup>1</sup>, Frédéric Nicolier<sup>2</sup>, Sebti Fofou<sup>3</sup> et Frédéric Truchetet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Le2i, IUT du Creusot, 72 rue de la fonderie, 71200 Le Creusot

<sup>2</sup> LAM, IUT de Troyes, 9 rue de Québec, 10026 Troyes Cedex

<sup>3</sup> Le2i, Université de Bourgogne, BP 47870, 21078 Dijon Cedex

m.roy@iutlecreusot.u-bourgogne.fr

**Résumé :** Cet article décrit une méthode permettant de comparer un maillage original à sa représentation simplifiée. Les maillages considérés ici contiennent les informations géométriques et aussi les attributs de surfaces comme la couleur, la texture, la température, etc. Beaucoup d'algorithmes de simplification de maillages ont été présentés dans la littérature. Dans cet article, sont présentées deux méthodes qui permettent de mesurer la qualité des algorithmes de simplification de maillages. Ces mesures gèrent les principaux ensembles de données d'un maillage : la géométrie et les attributs aux sommets. Ces mesures peuvent être facilement et rapidement calculées et permettent d'apprécier les qualités locale et globale d'un maillage simplifié.

**Mots-clés :** Simplification de maillages, mesures de qualité, attributs d'apparence, discrétisation de faces, applications.

## 1 Introduction

Les techniques d'acquisition ou de conception des modèles 3D (modeleurs, scanners, capteurs, etc.) produisent généralement des ensembles de données très denses contenant à la fois des attributs géométriques et des attributs d'apparence. Les attributs géométriques décrivent la forme et les dimensions de l'objet et incluent les données relatives à l'ensemble de points sur la surface de l'objet modélisé. Les attributs d'apparence contiennent des informations décrivant l'aspect extérieur de l'objet tel que les couleurs, les textures, les motifs, etc. Dans la plupart des cas, ces données sont stockées sous forme de maillages triangulaires de tailles très importantes. La manipulation de ces maillages (visualisation, rendu, transmission, etc.) est souvent lourde et coûteuse. Beaucoup d'algorithmes permettent de simplifier ces maillages et produisent une représentation simplifiée contenant beaucoup moins d'informations. Le plus important pour ces algorithmes est de fournir la simplification la plus fidèle possible au modèle d'origine. La majorité des algorithmes de simplification utilisent une métrique pour quantifier l'erreur introduite par la réduction des données. Mais dans certains cas, nous avons besoin de comparer plusieurs algorithmes de simplification différents ou plusieurs valeurs de paramètres. Pour réaliser ces mesures entre différentes méthodes de simplification, il serait utile d'avoir un outil commun permettant de caractériser et de comparer les modèles simplifiés produits par chacun des algorithmes à partir d'un même modèle d'origine.

Nous proposons une méthode pour mesurer la qualité de simplification d'un maillage. Cette méthode est effectuée par comparaison entre le maillage original et sa représentation simplifiée. Cette mesure de qualité est uniquement basée sur des critères quantitatifs et donne des résultats numériques et visuels. Les principaux avantages de notre méthode sont :

- *Généralité* : la méthode gère les maillages contenant des données géométriques mais aussi des données d'apparence comme les couleurs, la texture, la température, etc. Les mesures sont indépendantes du point de vue.
- *Localité* : les mesures sont effectuées pour des points donnés sur la surface du maillage. La résolution de la mesure peut être augmentée par une technique de discrétisation de surface.
- *Applications* : la méthode est adaptée pour les modèles numériques de scènes réelles et aussi pour les modèles synthétiques. La méthode peut être utilisée dans de nombreuses applications : simplification de maillages, *Reverse Engineering* (comparaison d'un modèle CAO et d'un modèle numérique de l'objet réel), segmentation de maillages (filtrage), médecine (suivi d'évolution dans le temps et comparaison entre différentes acquisitions numériques), etc.

## 1.1 Algorithmes de simplification et métriques d'erreur

Les maillages complexes contiennent un grand nombre de sommets et de faces. Ces importantes quantités de données ne permettent pas une manipulation interactive. Un niveau de détail plus bas peut être obtenu en simplifiant le maillage. La simplification d'un maillage réduit la quantité de données géométriques et topologiques. Le but est de réduire le nombre de sommets et de faces. La réduction d'information engendre une modification de la surface représentée par le maillage. Dans la plupart des cas, la surface simplifiée est différente de la surface originale. Beaucoup d'algorithmes de simplification utilisent leur propre métrique d'erreur pour guider le processus de simplification. Ces métriques sont locales ou globales. Cignoni *et al.* [CRS98a] ont présenté les différentes techniques utilisées pour évaluer l'erreur introduite par la simplification d'un maillage.

Un grand nombre de métriques utilisent des mesures géométriques de distance ou de courbure. Schroeder *et al.* [SZL92] utilisent la distance sommet-à-plan comme critère de simplification. Reddy [Red96] utilise une fonction basée sur la courbure pour guider son processus de simplification. Klein *et al.* [KLS96] utilisent une métrique d'erreur basée sur la distance de Hausdorff. Ronfard *et al.* [RR96] utilisent deux fonctions d'énergie. La première est appelée *local tessellation error*, et la seconde est appelée *local geometric error*. Guézic [Gué95] utilise un volume de tolérance comme borne d'erreur. Rossignac [Ros97] utilise une métrique d'erreur basée sur les distances d'un sommet aux plans communs à ce sommet pour borner l'erreur géométrique. Lindstrom *et al.* [LT98] utilisent une métrique basée sur l'aire et le volume du maillage.

Ces algorithmes simplifient la géométrie et ignorent les distorsions causées au niveau des autres attributs de surface (couleur, texture, normales). Pour prendre en compte ce phénomène, il est nécessaire de mettre en oeuvre de nouveaux algorithmes plus complets qui prennent en considération tous les attributs qui caractérisent la surface à simplifier. Hoppe [Hop96] utilise des fonctions d'énergie pour conserver la géométrie de la surface, les attributs scalaires et les discontinuités. Cohen *et al.* [CVM<sup>+</sup>96] n'utilisent pas de mesure d'erreur mais uniquement une construction géométrique pour minimiser la déviation de la surface. Garland *et al.* [GH97, GH98] utilisent une métrique intitulée *Quadric Error Metric* (métrique d'erreur quadrique) qui mesure des distances sommet-à-plan. Cette métrique fonctionne pour les maillages avec attributs. Hoppe [Hop99, HM00] a amélioré la technique de [GH98] pour la simplification de maillages avec attributs.

Toubin *et al.* [Tou00, TPD<sup>+</sup>00] ont défini une méthode permettant de simplifier les modèles numériques de scènes réelles. Ces modèles sont dits *multi-modaux* car en plus des données géométriques, ils contiennent des informations sur l'apparence du modèle (par ex. la température, la couleur, la luminance). La simplification de ces modèles multi-modaux est effectuée par la transformée en ondelettes quinconces. En fonction de la géométrie du modèle ou des données d'apparence, la technique des ondelettes quinconces permet d'extraire les données "pertinentes". Ainsi le modèle original peut être simplifié tout en conservant des données considérées comme pertinentes. Dans le cas où le modèle est simplifié en fonction de données d'apparence pertinentes, il faut un outil pour vérifier que ces données sont conservées. Actuellement, il n'existe pas d'outil pour mesurer l'erreur sur les données d'apparence introduite par la simplification d'un maillage. Nos travaux ont pour but de définir des métriques pour mesurer la qualité de la simplification d'un maillage avec attributs d'apparence.

## 1.2 Déviation de texture

La simplification des données géométriques d'un maillage engendre une modification des coordonnées de texture. La texture est appliquée différemment sur le maillage simplifié. Ceci produit une modification de l'aspect de la texture sur la surface simplifiée. Cohen *et al.* [COM98] appellent cette modification des coordonnées de texture : *déviation de texture*. Ils proposent une méthode pour la mesurer et pour guider leur processus de simplification.

Soient deux maillages  $M_i$  et  $M_j$ , leurs surfaces respectives  $S_i$  et  $S_j$ , et un point  $p_i \in S_i$ , la déviation de texture  $T(p_i, S_j)$  du point  $p_i$  à la surface  $S_j$  est définie par :

$$T(p_i, S_j) = d(p_i, F_j^{-1}(F_i(p_i))) \quad (1)$$

avec  $F_i(p_i) = (u, v)$  les coordonnées de texture au point  $p_i$  et  $F_j^{-1}(u, v) = p_j$  le point sur la surface  $S_j$  avec les coordonnées de texture  $(u, v)$ . La déviation de texture est donc définie comme étant la distance entre un point donné de  $S_i$  et le point sur  $S_j$  avec les mêmes coordonnées de texture.

Cette mesure de déviation de texture est appropriée pour guider un processus de simplification de maillage. Mais, elle n'est pas adaptée à la mesure de la qualité d'une simplification. Nous proposons une méthode plus générale pour mesurer les distorsions causées aux attributs de surface, par la simplification d'un maillage. Cette méthode englobe tous les types d'attributs aux sommets.

## 2 Mesure de qualité

La qualité de simplification d'un maillage peut être mesurée de différentes manières. Le maillage original et le maillage simplifié peuvent être visualisés par projection selon différents points de vue. La qualité peut être alors mesurée avec les outils classiques de mesure de qualité sur des images 2D (PSNR, MSE, critères psycho-visuels, etc.). Ces méthodes permettent de mesurer la qualité de la simplification d'un maillage, uniquement à partir des images de rendu 2D. Les résultats de ces méthodes dépendent donc du point de vue. Le but de nos travaux est de mesurer la qualité de simplification d'un maillage indépendamment du point de vue.

Actuellement, l'outil *Metro* [CRS98b] est à notre connaissance le seul logiciel qui permet de mesurer la qualité des algorithmes de simplification. Ce logiciel permet de mesurer l'erreur géométrique entre deux maillages mais il ne traite pas l'erreur commise au niveau des attributs d'apparence. L'erreur mesurée est reportée directement sur le maillage d'origine, ce qui permet de visualiser l'erreur locale.

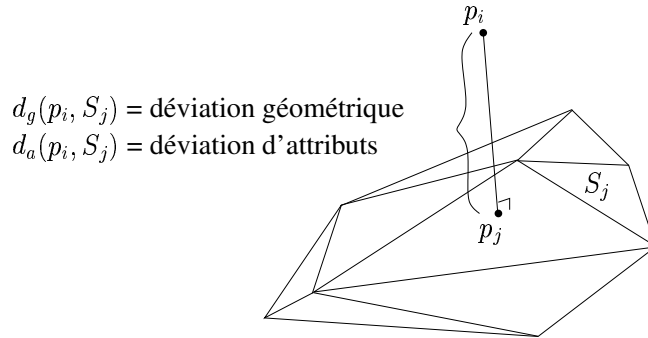


FIG. 1 – Mesure de déviation. Correspondance entre  $p_i$  et le plus proche point sur la surface  $S_j$

### 2.1 Déviation géométrique

La simplification d'un maillage engendre une différence géométrique entre la surface du maillage original et la surface du maillage simplifié. Nous appelons cette différence : *déviation géométrique*.

Soient deux maillages  $M_i$  et  $M_j$ , leurs surfaces respectives  $S_i$  et  $S_j$ , et un point  $p_i \in S_i$ , la déviation géométrique  $d_g(p_i, S_j)$  du point  $p_i$  à la surface  $S_j$  est mesurée avec la distance *point-à-surface* :

$$d_g(p_i, S_j) = \min_{p_j \in S_j} d(p_i, p_j) \quad (2)$$

avec  $d(p_i, p_j)$  la distance euclidienne entre deux vecteurs. La déviation géométrique est donnée par la distance entre le point  $p_i$  et le plus proche point de  $p_i$  sur la surface  $S_j$  (c.f. figure 1).

## 2.2 Déviation d'attributs

Les attributs sont des composantes définies en chaque sommet d'un maillage (couleur diffuse, normale, texture). Ils constituent des éléments essentiels aux modèles numériques décrivant des scènes réelles. La liste d'attributs varie selon le contexte d'utilisation envisagé pour la scène ou l'objet représenté par le modèle. On peut par exemple avoir comme attributs d'apparence, la normale uniquement, ou la normale et la couleur ou encore la normale, la couleur et la texture. La simplification géométrique d'un maillage introduit une modification des attributs sur la surface représentée par le maillage. Nous observons ainsi localement une différence des attributs entre le maillage original et le maillage simplifié. Nous appelons cette différence : *déviaton d'attributs*.

Soient deux maillages  $M_i$  et  $M_j$ , leurs surfaces respectives  $S_i$  et  $S_j$ , et un point  $p_i \in S_i$ , la déviation d'attributs  $d_a(p_i, S_j)$  du point  $p_i$  à la surface  $S_j$  est définie par :

$$d_a(p_i, S_j) = d(A(p_i), A(N(p_i, S_j))) \quad (3)$$

avec  $A(p_i)$  l'attribut au point  $p_i$  et  $N(p_i, S_j) = p_j$  le point le plus proche de  $p_i$  sur la surface  $S_j$ . La déviation d'attributs  $d_a(p_i, S_j)$  est la distance entre l'attribut du point  $p_i$  et l'attribut du plus proche point de  $p_i$  sur la surface  $S_j$ . Plusieurs points sur la surface  $S_j$  peuvent être à la même distance du point  $p_i$ . Dans ce cas, la déviation d'attributs est la distance minimum entre l'attribut de  $p_i$  et l'attribut de chaque point le plus proche de  $p_i$  sur la surface  $S_j$ . Tous les attributs sont considérés comme des vecteurs dans l'espace euclidien.

## 2.3 Discussion

La mesure des déviations permet d'apprécier les différences locales entre un maillage et sa représentation simplifiée. Les algorithmes de simplification de maillages utilisent différents critères pour effectuer la simplification (conservation de volume, apparence visuelle). Ainsi, l'analyse de notre mesure de qualité doit être adaptée à l'algorithme de simplification utilisé. Les mesures des déviations ne sont pas symétriques. Soient deux maillages  $M_i$  et  $M_j$ , les déviations sont mesurées à partir de points  $p_i$  donnés sur la surface formée par le maillage  $M_i$  vers la surface du maillage  $M_j$ . Si les deux maillages  $M_i$  et  $M_j$  sont intervertis, la mesure des déviations donnera des résultats différents. En pratique, nous mesurons les déviations dans les deux sens, c'est-à-dire de  $M_i$  vers  $M_j$  et de  $M_j$  vers  $M_i$ . Les résultats sont différents mais restent toutefois assez proches.

La déviation géométrique constitue la métrique principale, car la simplification d'un maillage est essentiellement une simplification géométrique. La déviation d'attributs est une métrique utilisée pour mesurer les modifications de l'apparence d'un maillage engendrées par la simplification. Après une simplification importante (90% ou plus de faces éliminées), il est normal de noter une importante modification des attributs. La déviation d'attributs peut être calculée uniquement pour un type d'attribut particulier ou pour tous les types d'attributs. Dans le cas où les sommets comportent plusieurs types d'attributs (par ex. couleur diffuse + couleur spéculaire), la déviation totale est un vecteur contenant les déviations de chaque type.

Ces deux métriques de qualité de simplification d'un maillage (déviation géométrique et déviation d'attributs) sont mesurées pour un ensemble de points  $p_i$  donnés sur la surface du maillage  $M_i$ , ce qui permet une grande liberté d'utilisation de ces métriques. Généralement, les déviations sont mesurées sur l'ensemble du maillage. Les points  $p_i$  peuvent donc être les sommets de ce maillage. La résolution des mesures peut être augmentée en utilisant une technique de discrétisation de surface.

## 3 Algorithmes

Comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent, notre algorithme de mesure de qualité d'un maillage simplifié est basé sur les mesures de déviation géométrique et de déviation d'attributs. Pour chaque point donné sur la première surface, nous trouvons les plus proches points sur la seconde surface. Ensuite nous mesurons les déviations entre le point donné et ses plus proches voisins sur la seconde

surface. L'interpolation de Phong [FDFH90] est utilisée pour définir les attributs en tout point d'une surface. Les performances de l'algorithme général dépendent des sous-algorithmes impliqués dans les différentes opérations (recherche du point le plus proche, discrétisation de faces, etc).

Pour un point donné, le plus proche point de celui-ci est déterminé efficacement par la distance point-à-surface. La recherche du plus proche point est effectuée par la technique de la *grille uniforme* [FA88, FKN97]. Une grille régulière formée de cellules carrées est construite, couvrant la boîte englobant les deux maillages. Chaque cellule contient une liste de tous les sommets inclus à l'intérieur et de toutes les faces incluses ou intersectant la cellule. Cette technique permet de trouver très rapidement les plus proches points d'un point donné. Notons que le plus proche point peut être un sommet ou un point situé sur une arête ou une face.

Nous avons développé un algorithme rapide de discrétisation de faces triangulaires. Cet algorithme est basé sur la technique de *scan conversion* [FDFH90, Hec90]. La discrétisation de faces triangulaires est effectuée dans l'espace 3D. Pour conserver une grande précision, nous n'effectuons aucune projection 2D. Notre algorithme génère des points uniformément répartis sur une face dans l'espace 3D (figure 2).

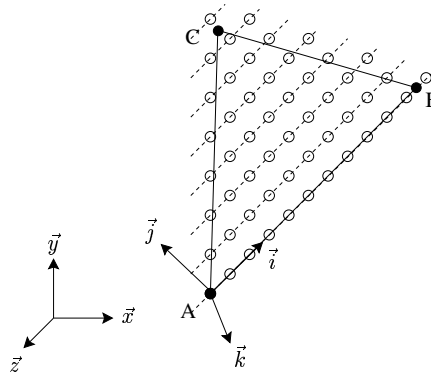


FIG. 2 – Schéma de la discrétisation d'une face

Comme une face triangulaire forme un plan, c'est un problème 2D. Soit une face  $f = (A, B, C)$ , un repère local  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est défini par :

$$\vec{i} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|} \quad (4)$$

$$\vec{k} = \frac{\vec{AB} \wedge \vec{AC}}{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|} \quad (5)$$

$$\vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{i} \quad (6)$$

Le plan  $(\vec{i}, \vec{j})$  est le plan formé par la face  $f$ . Le vecteur  $\vec{k}$  est le vecteur normal à la face. La face est discrétisée dans le plan  $(\vec{i}, \vec{j})$  avec un pas d'échantillonnage  $\Delta$ . Le pas d'échantillonnage est le même selon les directions  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ . Nous générons des lignes de balayage parallèles au vecteur  $\vec{i}$  dans le plan  $(\vec{i}, \vec{j})$ . Le nombre de lignes de balayage est donné par :

$$n = \frac{\|\vec{AC} \wedge \vec{i}\|}{\Delta} \quad (7)$$

Nous calculons ensuite les intersections des lignes de balayage avec les arêtes  $AC$  et  $BC$ . Avec cette technique de discrétisation, les attributs sont facilement interpolés pour chaque point généré.

La technique de discrétisation génère des points uniformément répartis sur les faces. Les déviations sont mesurées pour chaque point généré. Alors, nous pouvons créer une image pour chaque face et pour chaque déviation. Les valeurs des déviations sont codées suivant une échelle de couleurs. Chaque image triangulaire est regroupée dans une texture rectangulaire standard. La *texture de déviation* est générée par un algorithme de *paquetage* [CMR<sup>+</sup>99]. Cet algorithme permet de réaliser un paquetage irrégulier pour des images de tailles différentes. Le paquetage consiste à placer toutes les images de chaque face

dans une texture rectangulaire standard. Ce paquetage est effectué de manière optimale pour perdre le moins de place possible dans la texture.

## 4 Résultats

L'implémentation des mesures de déviation donne des résultats numériques et visuels. Les résultats numériques contiennent les caractéristiques des maillages et les statistiques sur la distribution des valeurs de la déviation mesurée. La déviation maximale possible est définie par la longueur de la diagonale de la boîte englobante. Pour calculer la déviation géométrique, nous prenons la boîte englobant les valeurs géométriques des maillages. Pour calculer la déviation d'attributs, nous prenons la boîte englobant les valeurs des attributs pour chaque type d'attribut. La table 1 montre les résultats de la déviation des normales. Le maillage initial composé de 93 752 faces a été simplifié en 5 000 faces. Les déviations minimales et maximales (possible et mesurée), ainsi que la moyenne et la variance sont indiquées

	Maillage $M_i$	Maillage $M_j$
Sommets	46 870	2 494
Faces	93 752	5 000
Déviation		
Maximum possible 3.46386		
Minimum mesuré 0.00018 (0.00528%)		
Maximum mesuré 0.61609 (17.78638%)		
Moyenne 0.04687 (1.35337%)		
Variance 0.00117 (0.03393%)		
Moyenne absolue 0.02665 (0.76952%)		

TAB. 1 – Résultats numériques pour la déviation des normales pour le modèle “Crank” (figure 3).

Les résultats visuels sont obtenus en coloriant le maillage  $M_i$  en fonction de la déviation mesurée. Les valeurs de déviation nulles sont représentées en bleu, les valeurs moyennes en vert et les valeurs maximales en rouge. Une interpolation linéaire entre ces couleurs est utilisée pour déterminer la couleur associée à une valeur de déviation donnée. Les figures 3 et 5 montrent la mesure des déviations géométriques et d'attributs. L'algorithme de simplification utilisé est basé sur l'algorithme de Garland [GH97, GH98]. Les attributs considérés sont les normales aux sommets. Notons que ces deux métriques donnent des résultats différents. Les valeurs importantes de déviation des normales sont situées dans les régions à forte courbure. La déviation d'attributs permet de mettre en évidence les modifications d'apparence d'un maillage après simplification.

La figure 4 montre la mesure des déviations géométriques et d'attributs. Les attributs considérés sont les coordonnées de texture aux sommets. Les figures 4(e) et 4(f) montrent les résultats obtenus par la mesure de déviation de texture proposée par Cohen *et al.* [COM98]. Dans le cas où la déviation de texture est faible, la mesure de déviation de texture de [COM98] donne les mêmes résultats visuels que la déviation géométrique. Toutefois, ces deux mesures ne peuvent pas être comparées numériquement. Les résultats numériques de ces deux déviations sont différents. La déviation géométrique est basée sur la distance du plus proche point, alors que la déviation de texture de Cohen est basée sur la distance du point correspondant. Les figures 4(g) et 4(h) montrent les résultats obtenus par notre métrique de déviation d'attributs, dans le cas où les attributs considérés sont les coordonnées de texture. Notre déviation d'attributs donne des résultats bien meilleurs que la déviation de texture de [COM98] dans le cas où la déviation de texture est faible.

La figure 6 montre les courbes des déviations mesurées sur trois modèles différents. Ces courbes représentent le pourcentage de déviation (abscisse) en fonction du nombre de points de mesure (ordonnées). Elles sont utiles pour analyser la distribution des valeurs de déviation. Les figures 6(a) et 6(b) montrent respectivement les courbes de déviation géométrique et de déviation d'attributs (normale) obtenues pour les modèles "Crank" et "Waterneck". La figure 6(c) montre les courbes de déviation géométrique et de déviation de texture calculées par l'algorithme de [COM98] pour le modèle "North-America". La figure 6(d) montre les courbes pour les mesures de la déviation d'attributs (coordonnées de texture) calculées par notre algorithme sur le même modèle.

## 5 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté deux métriques pour mesurer la qualité des algorithmes de simplification de maillages. La première métrique permet de mesurer la différence géométrique entre deux maillages. La seconde métrique permet de mesurer la différence des attributs d'apparence entre deux maillages. Ces mesures sont locales par opposition à la distance de Hausdorff qui est une mesure globale. La mesure locale permet de visualiser très précisément les régions modifiées par la simplification d'un maillage. Comme la simplification d'un maillage est principalement une simplification géométrique, la métrique de déviation géométrique est la mesure la plus importante. La métrique de déviation d'attributs est efficace pour mesurer les modifications de l'apparence d'un maillage engendrées par simplification.

Dans les travaux à venir, il serait souhaitable de mesurer la qualité de la triangulation. Comme les attributs sont considérés comme des vecteurs dans l'espace euclidien, une mesure dans l'espace réel de l'attribut serait peut-être plus appropriée (par ex. l'espace RGB).

## Remerciements

Ces travaux sont effectués avec la collaboration du Laboratoire IRIS (Université du Tennessee, USA). Les modèles "Crank" et "Waterneck" ont été scannés par David Page<sup>1</sup> et ont été reconstruits et simplifiés par Yiyong Sun<sup>2</sup>. Le modèle "North-America" est disponible sur le site web de Michael Garland<sup>3</sup>.

## Références

- [CMR<sup>+</sup>99] P. Cignoni, C. Montani, C. Rocchini, R. Scopigno, and M. Tarini. "Preserving attribute values on simplified meshes by re-sampling detail textures". *The Visual Computer*, 15(10) :519–539, 1999.
- [COM98] J. Cohen, M. Olano, and D. Manocha. "Appearance-preserving simplification". In *Proceedings of SIGGRAPH*, pages 115–122, Août 1998.
- [CRS98a] P. Cignoni, C. Rocchini, and R. Scopigno. "Comparison of mesh simplification algorithms". *Computer And Graphics*, 22(1) :37–54, 1998.
- [CRS98b] P. Cignoni, C. Rocchini, and R. Scopigno. "Metro : Measuring error on simplified surfaces". *Computer Graphics Forum*, 17(2) :167–174, Juin 1998.
- [CVM<sup>+</sup>96] J. Cohen, A. Varshney, D. Manocha, G. Turk, H. Weber, P. Agarwal, F. Books, and W. Wright. "Simplification envelopes". In *Proceedings of SIGGRAPH*, pages 119–128, Août 1996.
- [FA88] W.R. Franklin and V. Akman. "Adaptive grid for polyhedral visibility in object space". *Computer Journal*, 31(1) :56–60, Février 1988.
- [FDFH90] J. Foley, A. Van Dam, S. Feiner, and J. Hughes. *Computer Graphics : Principle and Practice*. Addison-Wesley, seconde édition, 1990.

---

<sup>1</sup>E-mail : page@iristown.engr.utk.edu

<sup>2</sup>E-mail : yiyong@iristown.engr.utk.edu

<sup>3</sup>Web : <http://graphics.cs.uiuc.edu/~garland>

- [FKN97] W.R. Franklin, M. Kankanhalli, and C. Narayanaswami. “Geometric computing and uniform grid technique”. *Computer Aided Design*, 21(7) :410–420, 1997.
- [GH97] M. Garlang and P. Heckbert. “Surface simplification using quadric error metrics”. In *Proceedings of SIGGRAPH*, pages 209–216, Août 1997.
- [GH98] M. Garlang and P. Heckbert. “Simplifying surfaces with color and texture using quadric error metrics”. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 263–270, 1998.
- [Gué95] A. Guézic. “Surface simplification inside a tolerance volume”. In *Second Annual International Symposium on Medical Robotics and Computer Aided Surgery*, pages 132–139, Novembre 1995.
- [Gué01] A. Guézic. “Meshsweeper : Dynamic point-to-polygonal-mesh distance and applications”. *IEEE Visualization and Computer Graphics*, 7(1) :47–61, 2001.
- [Hec90] P. Heckbert. “Generic convex polygon scan conversion and clipping”. In *Graphics Gems I*, pages 84–86. Academic Press, 1990.
- [HM00] H. Hoppe and S. Marschner. “Efficient minimization of new quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes”. Technical Report MSR-TR-2000-64, Microsoft Research, Juin 2000.
- [Hop96] H. Hoppe. “Progressive meshes”. In *Proceedings of SIGGRAPH*, pages 99–108, Août 1996.
- [Hop99] H. Hoppe. “New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes”. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 59–66, Octobre 1999.
- [KLS96] R. Klein, G. Liebich, and W. Straer. “Mesh reduction with error control”. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 311–318, Octobre 1996.
- [LT98] P. Lindstrom and G. Turk. “Fast and memory efficient polygonal simplification”. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 279–286, Octobre 1998.
- [O’R98] J. O’Rourke. *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, seconde edition, 1998.
- [PTVF93] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, seconde edition, 1993.
- [Red96] M. Reddy. “Scrooge : Perceptually-driven polygon reduction”. *Computer Graphics Forum*, 15(4) :191–203, 1996.
- [Ros97] J. Rossignac. “Geometric simplification and compression”. In *SIGGRAPH Course Notes 25*, 1997.
- [RR96] R. Ronfard and J. Rossignac. “Full-range approximation of triangulated polyhedra”. In *Proceedings of EUROGRAPHICS*, pages 67–76, 1996.
- [SZL92] W.J. Schroeder, J.A. Zarge, and W.E. Lorensen. “Decimation of triangle meshes”. In *Proceedings of SIGGRAPH*, pages 65–70, Juin 1992.
- [Tou00] M. Toubin. *Caractérisation et simplification de modèles numériques de scènes réelles par approche multirésolution dans un contexte multi-capteurs*. PhD thesis, Université de Bourgogne, 2000.
- [TPD<sup>+</sup>00] M. Toubin, David Page, Christophe Dumont, Frédéric Truchetet, and Mongi Abidi. “Multi-resolution wavelet analysis for simplification and visualization of multi-textured meshes”. In *Proceedings of SPIE*, volume 3960, pages 155–163, Janvier 2000.
- [Wer94] J. Wernecke. *The Inventor Mentor : Programming Object Oriented 3D Graphics with Open Inventor, Release 2*. Addison-Wesley, 1994.



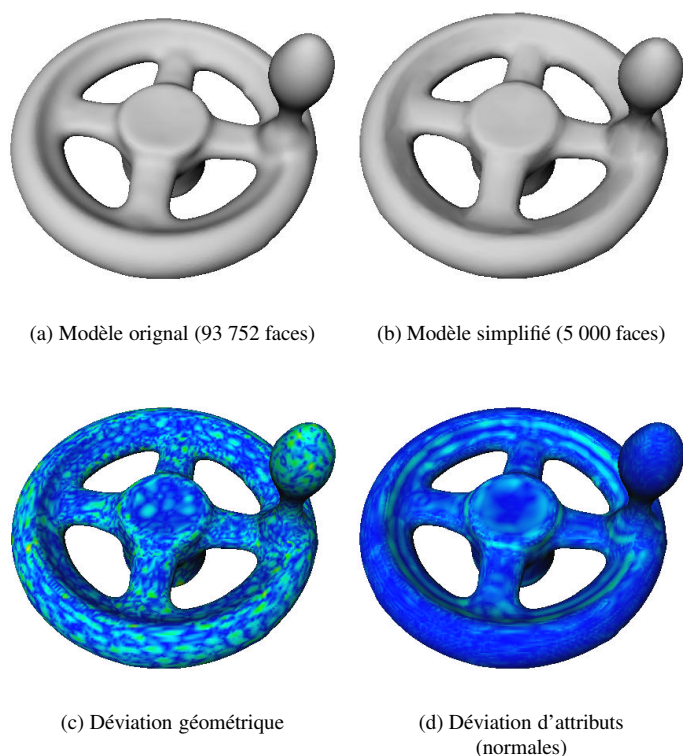


FIG. 3 – Modèle : “Crank”. Résultats des mesures de déviations.

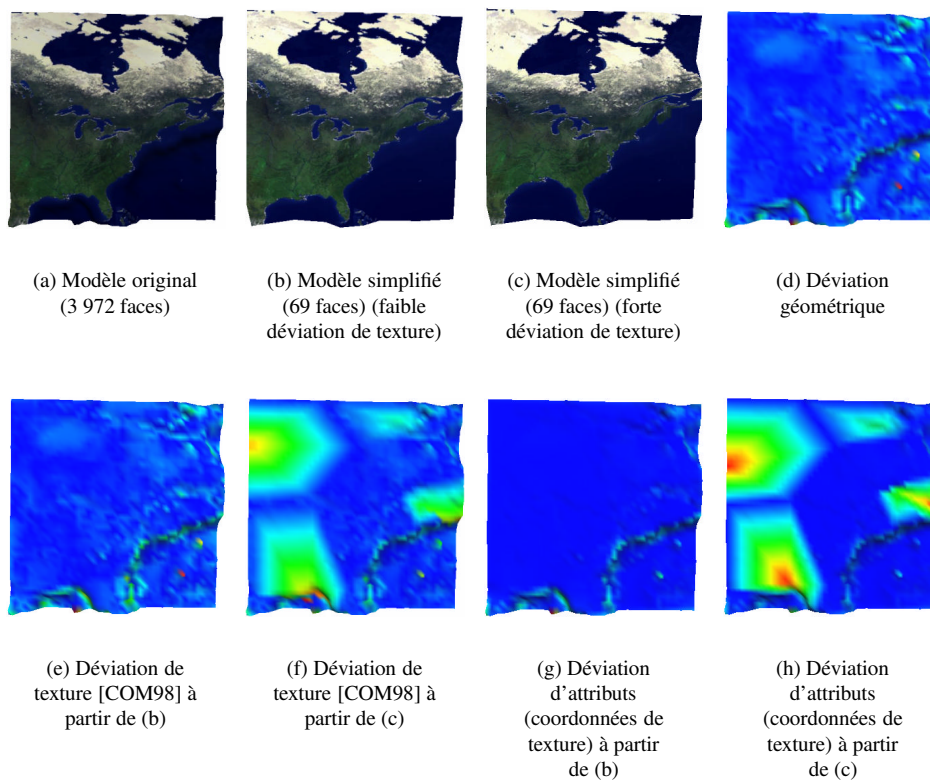


FIG. 4 – Modèle : “North-America”. Résultats des mesures de déviation. Comparaison des déviations obtenues par l’algorithme de Cohen *et al.* [COM98] (e,f) et les déviations obtenues par notre algorithme (g,h).

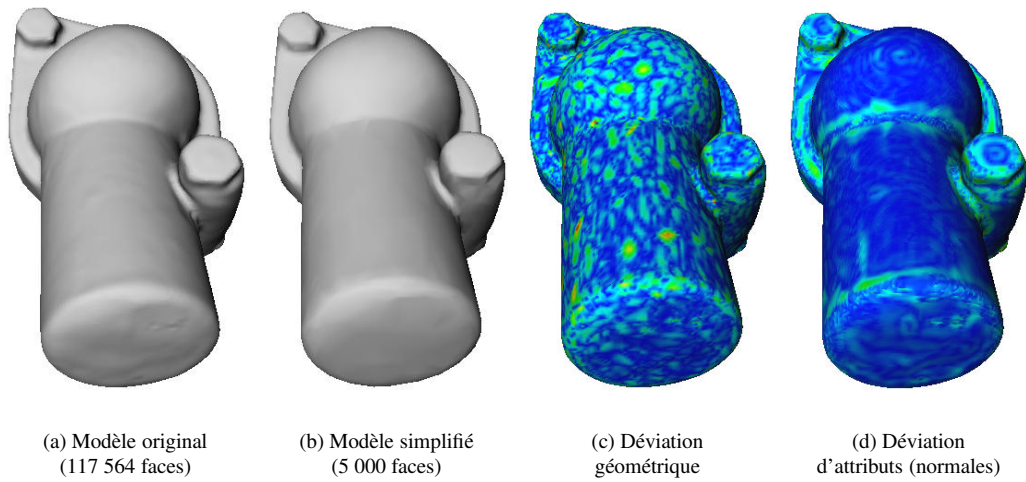
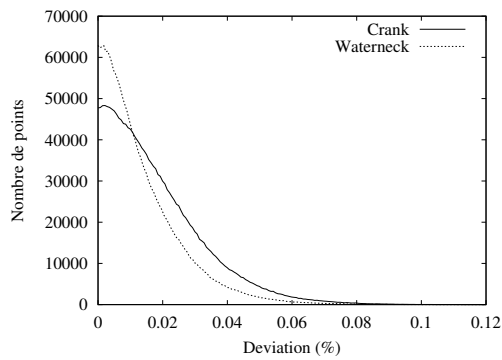
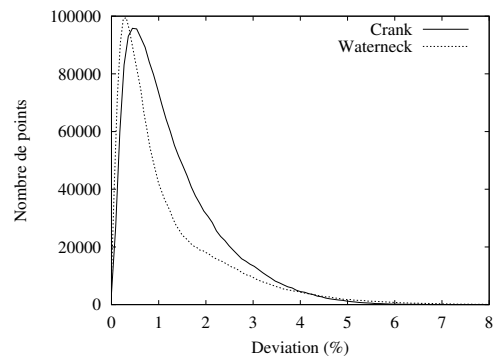


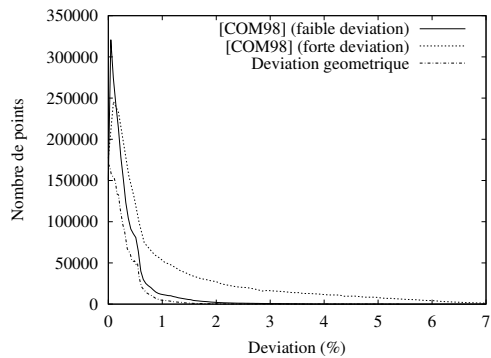
FIG. 5 – Modèle : “Waterneck”. Résultats des mesures de déviations.



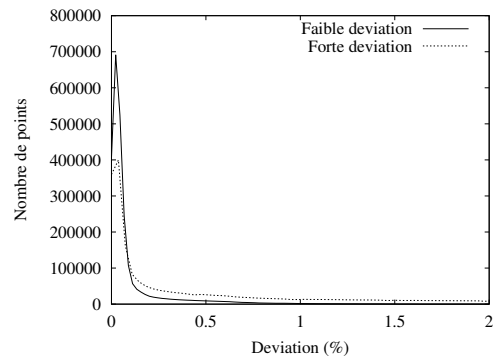
(a) Déviation géométrique



(b) Déviation d'attributs (normales)



(c) Déviation géométrique et de texture [COM98] -  
Modèle North-America



(d) Déviation d'attributs (coordonnées de texture) -  
Modèle North-America

FIG. 6 – Courbes des déviations avec en abscisse la déviation (%) et en ordonnée le nombre de points.